

新竹市 109 學年度國中數學能力競賽 數學百分王 【試題卷】 P1/P3

備註：1.根據各題題目中所規定的形式寫出正確答案；若題目中沒有特別註明，表示該題的答案是「整數」。

2.請將答案填入【答案卷】正確格子中，每題 4 分，滿分 100 分。

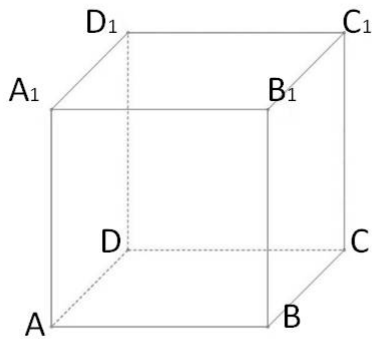
3.作答時間：30 分鐘。

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 = \overline{AB} \times \overline{BC}$ ，且 $\angle A = 60^\circ$ ，則 $\angle B =$ _____ 度。

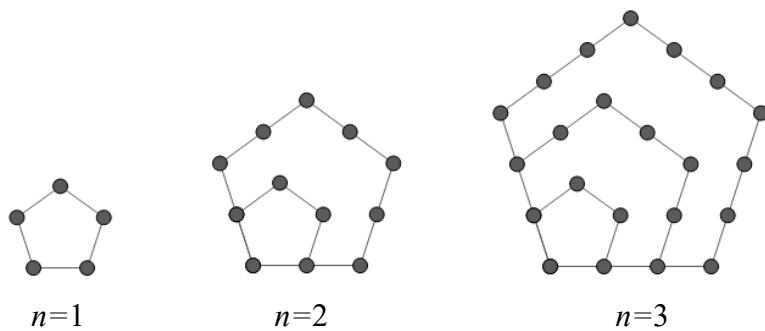
2. 在凸 109 邊形中最多可以有 _____ 個銳角。

3. 如下圖，有一個邊長為 2 的正立方體盒子，有一隻螞蟻在 $\overline{AA_1}$ 的中點要爬到 $\overline{CC_1}$ 的中點。

若途中必須經過平面 $A_1B_1C_1D_1$ (碰到端點也算)，則此螞蟻爬行的最短距離為 _____。



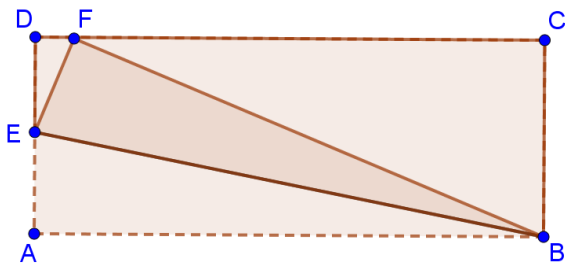
4. 如下圖，依圖形的規律，當 $n = 20$ 時，圖中有 _____ 個圓點。



5. 化簡 $(\sqrt{3}+1)^{110} - 2(\sqrt{3}+1)^{109} - 2(\sqrt{3}+1)^{108} - 2(\sqrt{3}+1)^2 =$ _____。

6. 如下圖，矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{BC} = 5$ ，將 A 點沿著 \overline{BE} 向上摺疊落在 \overline{CD} 上的 F 點，

則 $\triangle ABE$ 面積 = _____ 平方單位。



7. 請問 $2 + 22 + 222 + \dots + \underbrace{222\dots222}_{2020\text{位數}}$ 之末四位數字為 _____。

8. 請問方程式 $(2x-1)(2y+5)=109$ 共有 _____ 組整數解。

9. 已知 $x=109$ ，則 $|9+5x-4x^2| - 4|x^2+2x+2| + 3x+7 =$ _____。

新竹市 109 學年度國中數學能力競賽 數學百分王 【試題卷】 P2/P3

10. 解方程式 $\frac{2x}{x^2+2} - \frac{x^2+2}{x} = \frac{17}{3}$ ，得 $x =$ _____

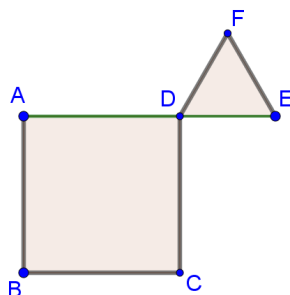
11. 有一個機器人在數線上行走，早上 8 點整從原點出發，以相同速度先向右走 3 單位，馬上向左走 1 單位(中途不休息)，接著向右走 3 單位，馬上向左走 1 單位， \dots ，機器人於 8 點 34 分第二次經過數線上的 9，則機器人於幾點幾分第一次經過數線上的 19？_____

12. 如下圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形， $\triangle DEF$ 為正三角形， \overline{AD} ， \overline{DE} 為田間小路；

\overline{AB} ， \overline{BC} ， \overline{CD} ， \overline{DF} ， \overline{FE} 為柏油路。阿智 步行走田間小路，由 A 經 D 到 E 需 35 分鐘；

若改騎車走柏油路，由 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow E$ 需 20 分鐘，而騎車的速度是步行速度的 4 倍

(不考慮轉彎時須減速，請勿危險騎車)，請問阿智 由 A 騎車走柏油路到 D ，再由 D 步行走鄉間小路到 E ，共需要 _____ 分鐘。



13. 已知 $2^3=3^2-1^2$ ； $3^3=6^2-3^2$ ； $4^3=10^2-6^2$ ； $5^3=15^2-10^2$ ； $6^3=21^2-15^2$ ； \dots

若 $109^3=x^2-y^2$ ，求兩正整數，請用數對 (x, y) 作答。

14. 桃花國小 全校共 2021 名學生要票選學生代表，方式是由每個年級派出一名候選人(總共六名)，全校學生一人投一票，票數前三高的獲選為當年度學生代表(平手的話由師長商議決定)。

假設完全沒有廢票，那麼至少要得到 _____ 票才能確保必定當選。

15. $2^{109} - 109^2$ 除以 7 的餘數為 _____。

16. 在圓上逆時針依序取八個點 A, B, C, D, E, F, G, H ，使得 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 1$ ， $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HA} = 2$ ，則此八邊形的面積為 _____。

17. 將數列 1, 2, 3, 4, 5, \dots , 108, 109 中間的逗號全部去掉，得到一個非常大的數字：

12345678910111213...107108109，則此數除以 9 的餘數為 _____。

18. 方程式 $4x^4 + 4x^3 - 15x^2 - 12x + 9 = 0$ 有四個實根，若其中有兩根互為相反數，

則另外兩根為 _____。

19. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 7$ 。在 \overline{AC} 、 \overline{BC} 邊上分別向外作兩正方形 $ACFD$ 及 $BCJE$ 。

令 \overline{DE} 的中點為 M ，則 $\triangle ABM$ 的面積為 _____。

新竹市 109 學年度國中數學能力競賽 數學百分王 【試題卷】 P3/P3

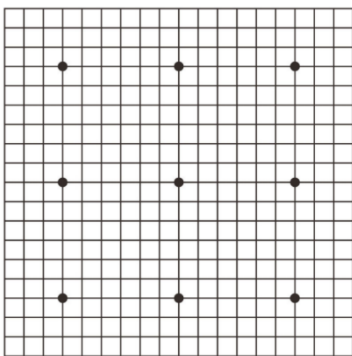
20. 如下圖為一個標準的19路棋盤（19是指縱橫的直線各有19條），其中有324個小方格。

若沿著格線將其裁切，可以裁出4個大小相同（ 9×9 ）的正方形，

也可以裁出324個 1×1 的小方格。

若我們想將它裁切成 n 個大小不盡相同的小正方形，

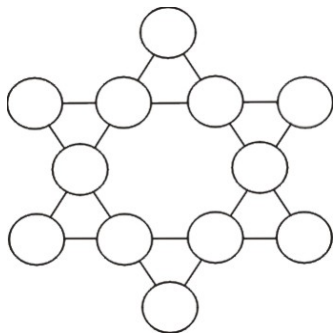
且至少有兩種不同的大小，則 n 的最小值為_____。



21. 如下圖的六角星上面填入29到73之間的質數，

使得這個六角星上的每個數字全部相異，且每條直線邊上的四個數字之和都相等，

則請問每個邊的數字和皆為_____。



22. 有一個好漢坡階梯步道，如果每2階一數，最後剩下1階；

如果每3階一數，最後剩下2階；如果每5階一數，最後剩下4階；

如果每6階一數，最後剩下5階；如果每7階一數，最後剛好數完。

則這條步道至少有_____階。

23. 甲、乙、丙、丁四人拿出同樣多的錢，集資訂購若干件價格相同的物品。物品買來後，甲、乙、丙分別比丁多拿了3、8、13件物品。最後結算時，乙付給丁260元，則丙應付給甲_____元。

24. 有一個由32個正整數所組成的等差數列，總和為2064，則此等差數列中最大的正整數為_____。

25. 味全龍隊提供給王維中八個球衣背號以供挑選，

背號如下：4、12、16、19、38、43、57、62，若王維中從八個背號中任取4個號碼，其總和為 a ，

再從剩下的4個號碼中任取3個號碼，其總和為 b ，已知 a 為 b 的3倍，則最後剩下的號碼為_____號。