

新竹市 109 學年度國中數學能力競賽 數學達人賽 【試題卷】 P1/P2

備註：1. 第一部分為填充題，每題 7 分，只須填答案，請將答案填入答案卷正確格子內。

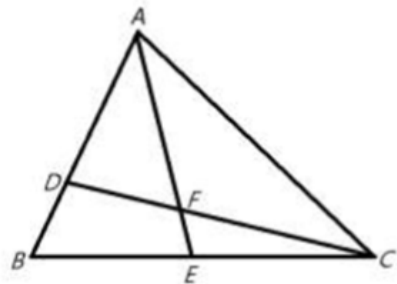
2. 根據各題題目中所規定的形式寫出正確答案；若題目中沒有特別註明，表示該題的答案是「整數」。

3. 第二部分為計算證明題，每題 15 分，須在答案卷上寫出作答歷程與註明答案。

4. 「第一部分」和「第二部分」作答時間合計 60 分鐘。

【第一部分】

1. 如下圖，若 $\triangle ADF$ 面積為 20， $\triangle CEF$ 面積為 4， $\triangle ACF$ 面積為 20，則四邊形 $BDEF$ 的面積為_____。

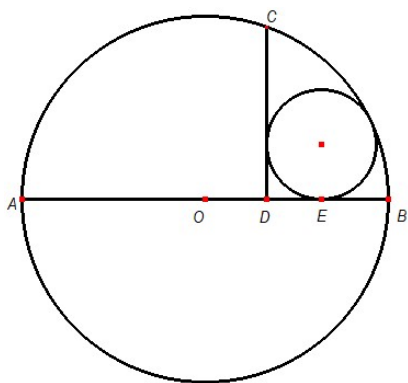


2. 方程組
$$\begin{cases} x(y+z-x) = 39 - 2x^2 \\ y(z+x-y) = 52 - 2y^2 \\ z(x+y-z) = 78 - 2z^2 \end{cases}$$
 的解 $(x, y, z) =$ _____。

3. $\sqrt{2x^2 - 6x + 5} + \sqrt{2x^2 - 12x + 20}$ 的最小值為_____。

4. 如下圖， \overline{AB} 為圓 O 的直徑，已知 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{BD} = 4$ ，小圓與圓 O 、 \overline{AB} 、 \overline{CD} 相切。

令小圓與 \overline{AB} 相切於 E 點則 $\overline{AE} =$ _____。



5. 相較於「4」這個數字對某些人而言是不吉利的數字，西方國家中的不吉利數字為「13」，特別的是若 13 號當天是星期五，又被稱為黑色星期五。請問不是閏年的情況下，最多有 m 個黑色星期五，最少有 n 個黑色星期五，則數對 $(m, n) =$ _____。

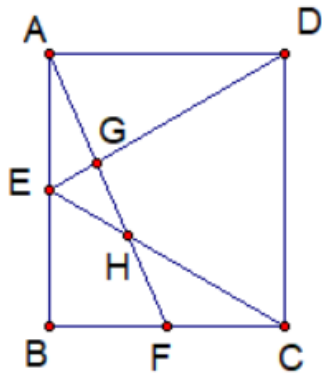
6. 某天澎澎一行人到某個百貨公司逛逛，看到有一個等速率往下的電扶梯，澎澎起先從上往下走，一步走一階，走了 20 步就走到樓下。但是他到樓下以後突然玩性大發，轉過頭來用剛剛 5 倍的速率往上跑，也是一步一階，但是跑了 50 步才回到樓上。請問如果停電時，這電扶梯從外觀上可以算出有_____層階梯。

7. 若 $\frac{4x}{3y} = \frac{7y}{3x-y} = \frac{2x+3y}{2x}$ ，則 $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 4xy + 3y^2}$ 之值為_____。

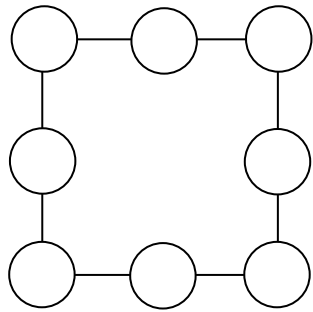
新竹市 109 學年度國中數學能力競賽 數學達人賽 【試題卷】 P2/P2

8. 天才班學生備戰 HCMC 數學競賽，以每天給甲、乙、丙三題的方式進行練習，其中甲、乙兩題滿分各 30 分，丙題滿分 40 分，每題得分不是滿分就是零分。已知某次練習結果顯示，三題全答對的有 2 人，答對其中兩題的有 12 人，三題全錯的有 4 人，答對甲題的人數與答對乙題的人數和為 29 人，答對乙題的人數與答對丙題的人數和為 20 人，答對丙題的人數與答對甲題的人數之和為 25 人，則天才班此次練習的平均成績是_____分。

9. 如下圖，矩形 ABCD 中， $\overline{AB}=6$ 、 $\overline{BC}=4$ ，E、F 兩點分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 之中點， \overline{AF} 分別交 \overline{ED} 、 \overline{EC} 於 G、H 兩點，則 $\triangle EGH$ 之面積為_____平方單位。



10. 正方形上有 8 個圓圈，道山要將數字 1、2、3、4、5、6、7、8 放入圓圈內，使得正方形每邊三個數字的總和均相同。請問，每邊數字和之最小值為_____。



【第二部分】

【題組一】

有一隻螞蟻在數線上自原點開始移動，每次只能向左或向右 1 單位，只要有下列三種情況其中一種，螞蟻就會停止移動。

情況 1：走到 2 情況 2：走到 -2 情況 3：總共移動了 5 次

請問螞蟻從開始移動至停止的移動方法一共有_____種。

【題組二】

如右圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，且 $\overline{AB}=1008$ 、 $\overline{CD}=1012$ 、 $\overline{AD} = \overline{BC}=2020$ ，若秀智想要在 \overline{AD} 上找到 P 點，使得 $\angle BPC=90^\circ$ ，則這樣的 P 點有幾個？請以文字或數學式說明 P 點為何符合題目要求。

